

O campo elétrico



Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense
Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

<http://cursos.if.uff.br/fisica2-2015/>

Campo elétrico

Lei de Coulomb

ação a distância

carga \rightleftharpoons carga

Campo elétrico

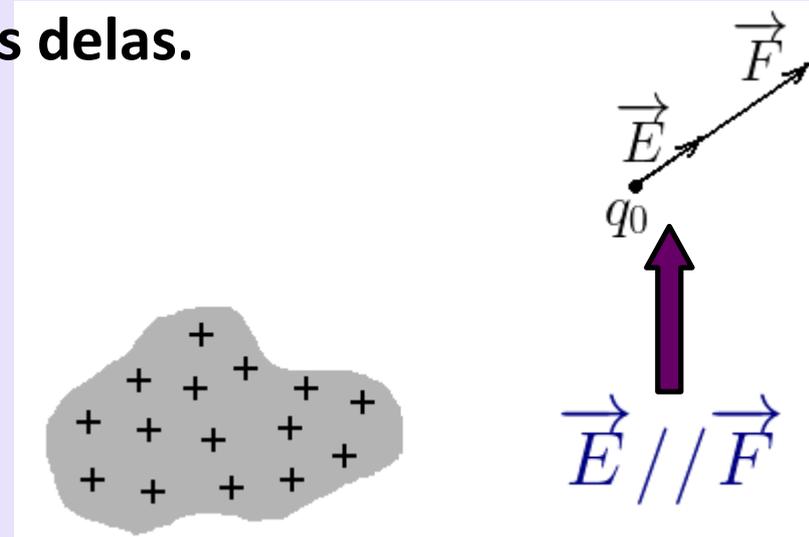
Intermediação da ação

carga \rightleftharpoons campo \rightleftharpoons carga

Definição: Um campo elétrico é o campo de força provocado pela ação de cargas elétricas, ou por sistemas delas.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \left(\frac{N}{C} \right)$$

A carga teste, q_0 , deve ser suficientemente pequena para não perturbar a distribuição de carga e cujo campo se quer determinar.



Campo elétrico

- As direção e sentido de E são os mesmos de F .

Da definição, o campo gerado no entorno de uma partícula pontual é descrito por:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

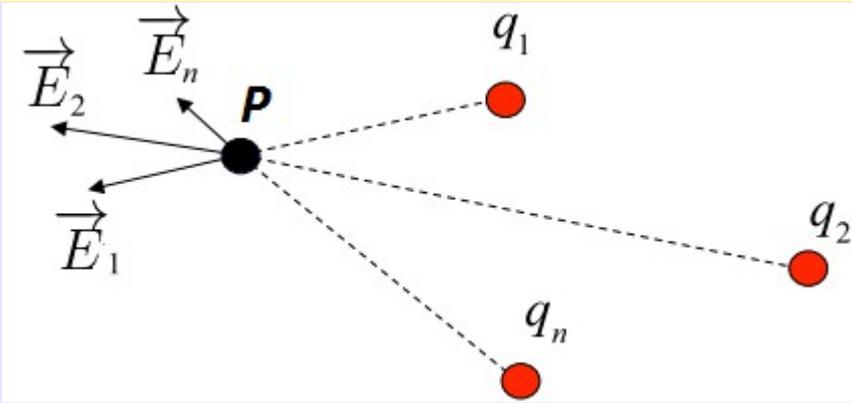
O problema de determinar a interação entre duas cargas é agora reduzido a dois problemas separados:

- I) Determinar, através de medições ou cálculo, o campo elétrico estabelecido pela primeira carga, q_1 , em todos os pontos do espaço.
- II) Calcular a força que o campo exerce sobre a segunda carga, q_2 , localizada em um dado ponto, P , do espaço.

$$\vec{F}_{12} = q_2 \vec{E}_1$$



Campo elétrico de cargas pontuais



Aplicar princípio da superposição

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Procedimento para determinar E para um conjunto n de cargas

- I) Calcule E devido a cada carga i no ponto dado como se ela fosse a única carga presente.
- II) Somar vetorialmente esses campos calculados em separado para determinar o campo resultante E no ponto dado.

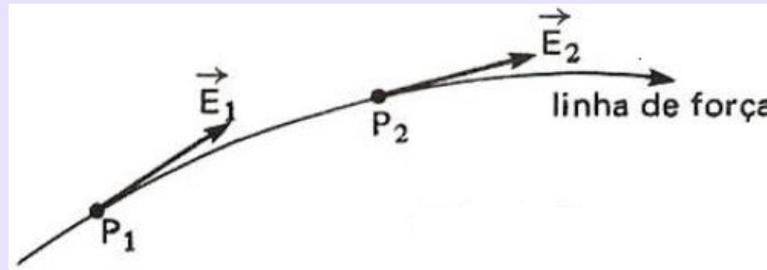
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$



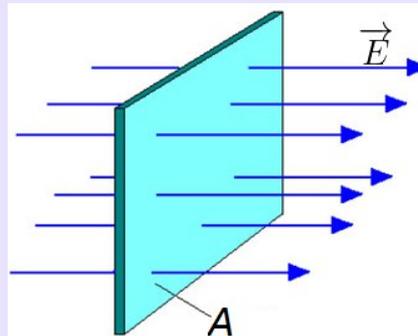
Campo elétrico de cargas pontuais

As linhas de força (ou de campo) são linhas imaginárias a partir das quais pode-se visualizar a configuração do campo elétrico de uma dada distribuição de cargas no espaço. Elas são traçadas de forma que:

1) São tangentes aos vetores campo elétrico em cada ponto do espaço sob influência elétrica e no mesmo sentido dos vetores campo elétrico.

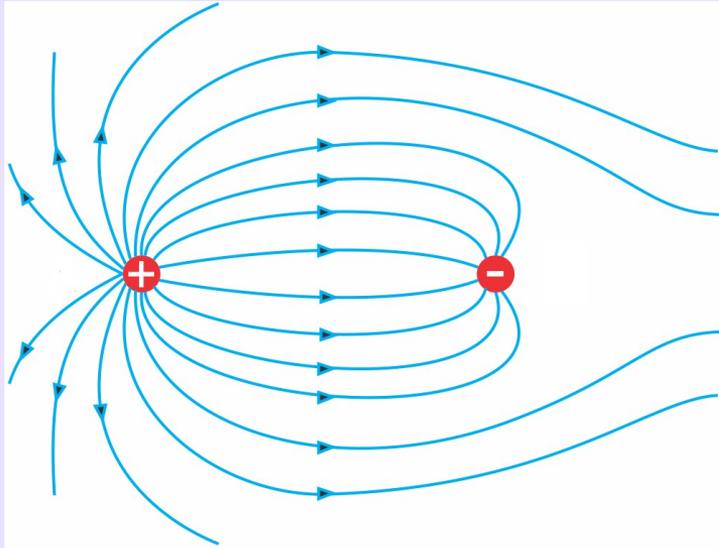


2) O número de linhas por unidade de área de uma superfície perpendicular à direção das linhas é proporcional ao módulo do campo;

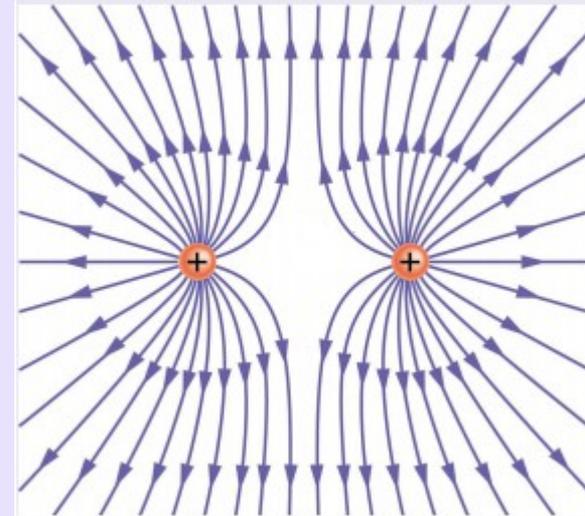


Campo elétrico de cargas pontuais

3) As linhas saem das cargas positivas e chegam nas cargas negativas.



4) Duas linhas de campo nunca se cruzam.

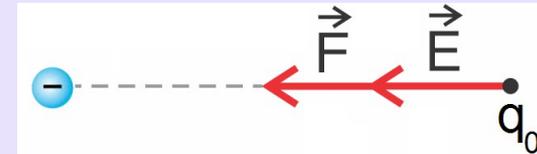


Campo elétrico de cargas pontuais

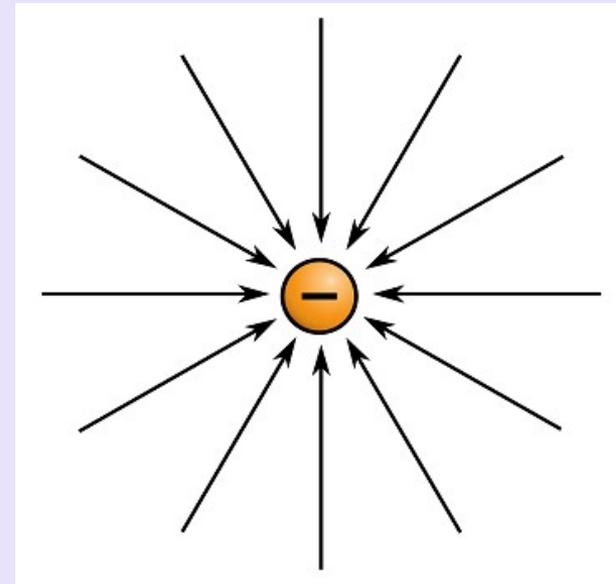
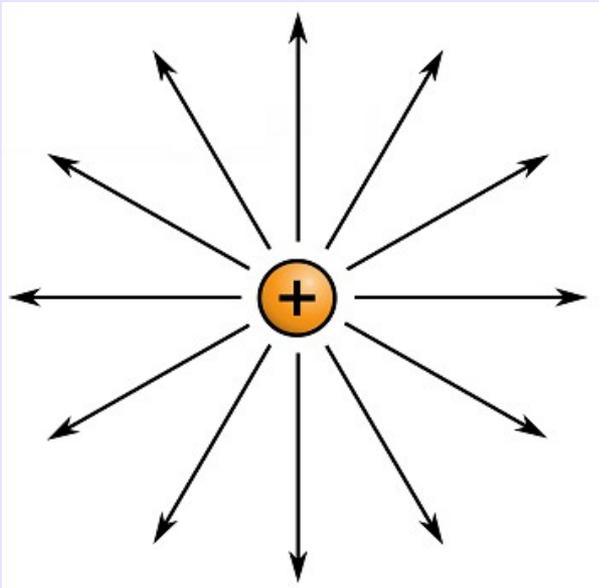
por definição $\Rightarrow q_0 =$ carga positiva desprezível



O campo aponta para fora,
diverge de uma carga positiva

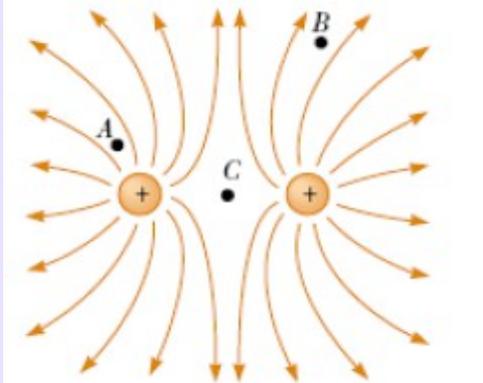


O campo aponta para dentro,
converge para uma carga negativa

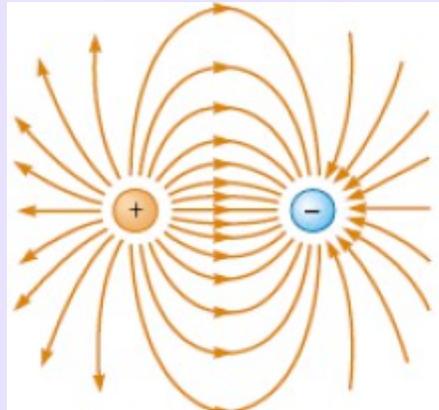


Campo elétrico de cargas pontuais

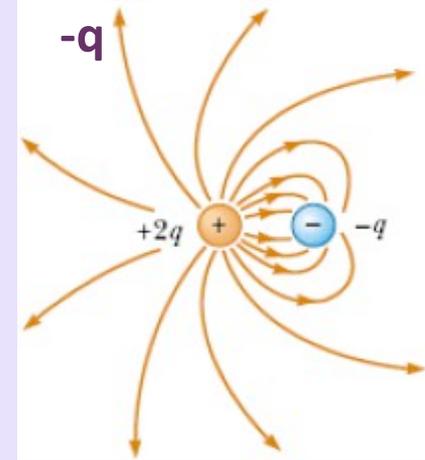
Cargas iguais



Dipolo elétrico



Cargas +2q e -q



Dada uma distribuição de cargas, o campo elétrico criado pela distribuição em qualquer ponto do espaço é dado pelo princípio da superposição:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$



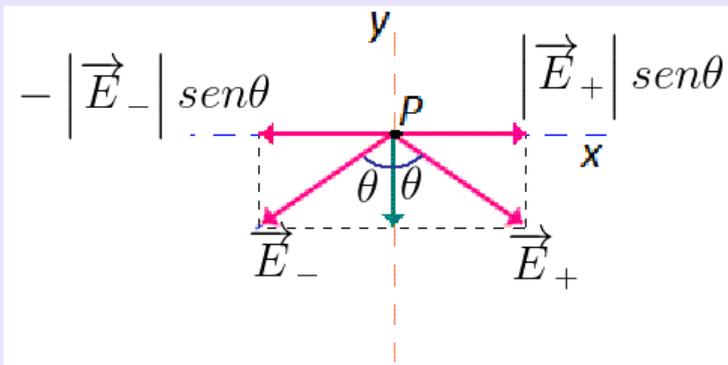
O dipolo elétrico

Qual é o campo gerado por um dipolo elétrico?

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}, \quad r^2 = x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$



$$\begin{cases} \vec{E}_x = |\vec{E}_+| \text{sen}\theta - |\vec{E}_-| \text{sen}\theta = 0 \\ \vec{E}_y = |\vec{E}_+| \text{cos}\theta + |\vec{E}_-| \text{cos}\theta \end{cases}$$



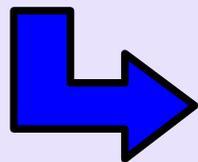
O dipolo elétrico

$$\vec{E}_y = |\vec{E}_+| \cos\theta + |\vec{E}_-| \cos\theta$$

$$\vec{E}_y = 2 |\vec{E}_+| \cos\theta$$

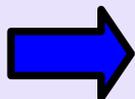
$$\cos\theta = \frac{d/2}{r} = \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (d/2)^2}}$$


$$\vec{E}_y = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2 + (d/2)^2} \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (d/2)^2}}$$

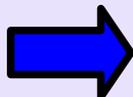


$$\vec{E}_y = \frac{2}{8\pi\epsilon_0} \frac{qd}{(x^2 + (d/2)^2)^{3/2}}$$

fazendo



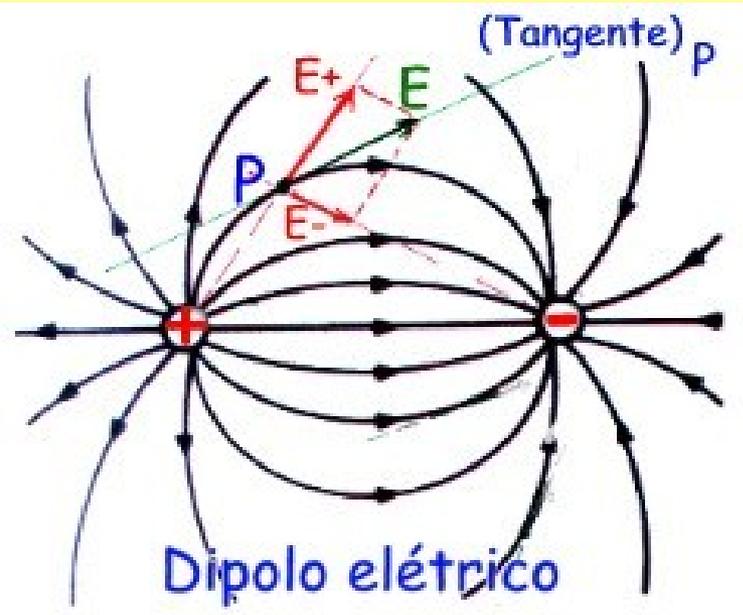
$$\vec{p} = q \cdot d$$



$$\vec{E}_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{(x^2 + (d/2)^2)^{3/2}}$$



Dipolo elétrico

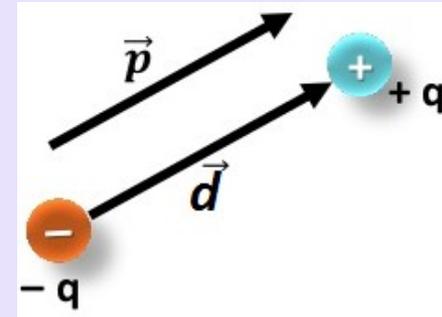


Dipolo elétrico \rightarrow duas cargas iguais e opostas separadas por uma distância d .

Definição do vetor momento de dipolo elétrico:

$$\vec{p} = q \cdot d$$

Intensidade = $|q| |d|$



Direção \rightarrow ao longo da linha unindo as duas cargas

Sentido \rightarrow aponta da carga negativa para a positiva

O que se pode observar a respeito de E ?

O campo é simétrico em relação a um eixo que une as duas cargas

O campo é mais intenso entre as cargas

Qual é a forma do campo quando fazemos $r \gg d$ (ou seja $x \rightarrow \infty$)?

$$x \gg d \Rightarrow \left(x^2 + (d/2)^2\right)^{3/2} \mapsto x^3$$

$$\vec{E}_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{x^3}$$

Dipolo na natureza δ^-



Campo elétrico de distribuições contínuas de carga

- densidade linear de carga

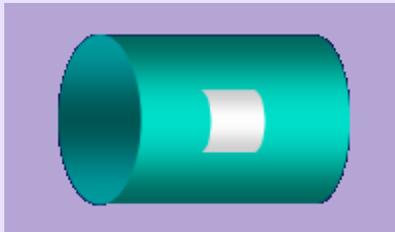


$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{\textit{carga}}{\textit{comprimento}}$$



$$dq = \lambda dl$$

- densidade superficial de carga

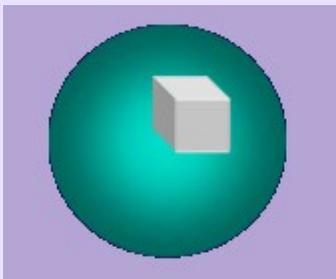


$$\eta = \frac{Q}{A} = \frac{\textit{carga}}{\textit{Área}}$$



$$dq = \eta dA$$

- densidade volumétrica de carga



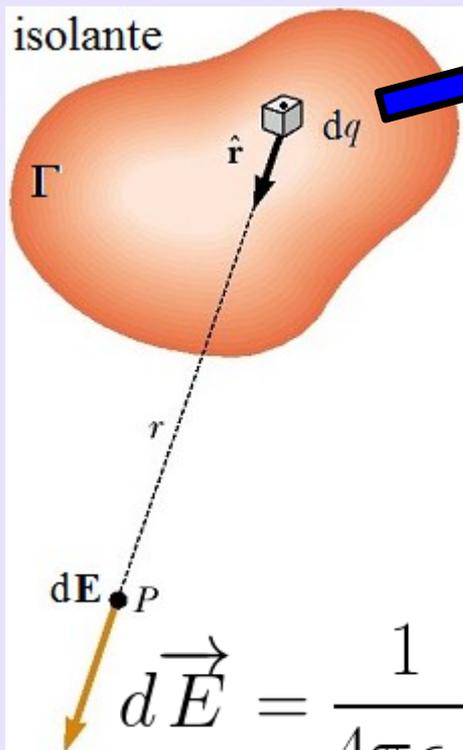
$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{\textit{carga}}{\textit{Volume}}$$



$$dq = \rho dV$$



Campo elétrico de distribuições contínuas de carga

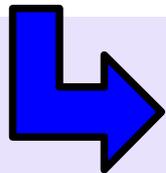


$$dq = \rho dV$$

A ideia é dividir o sólido em pequenos diferenciais de carga, dq , de forma que eles possam ser tratados como uma carga pontual. Pode-se então, calcular o campo gerado por cada um destes dq 's no ponto P separadamente, e na sequência se aplica o princípio da superposição para obter o campo elétrico do sólido no ponto P .

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$



Campo gerado no ponto P pela diferencial de carga dq

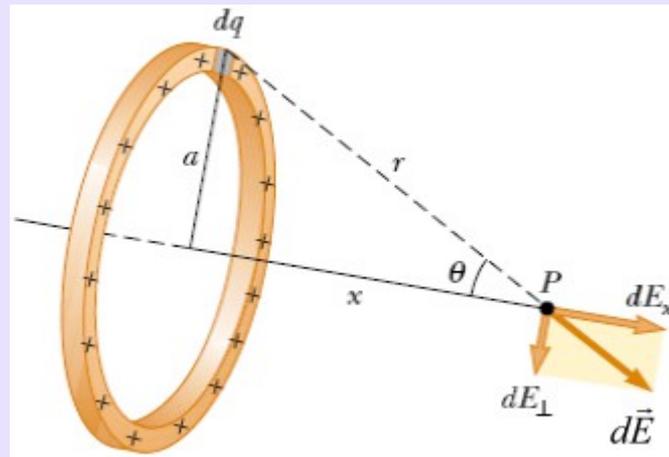


Campo gerado no ponto P pelo sólido Γ



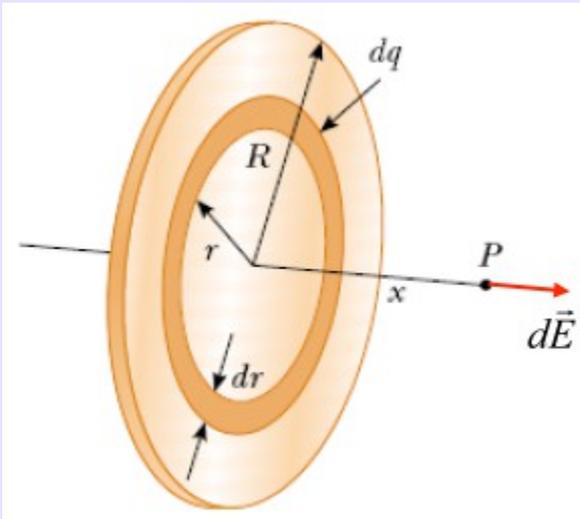
Exemplo

Uma barra fina não condutora, com uma distribuição uniforme de carga positiva Q , tem a forma de uma circunferência de raio a . O eixo central do anel é o eixo x , com a origem no centro do anel. Determine a expressão que da vetor campo elétrico sobre o eixo x .



Distribuição contínua de carga

Campo devido a um disco de raio R uniformemente carregado com densidade superficial de carga σ .



Ao longo do eixo perpendicular ao plano do disco e que passa pelo seu centro o campo é dado por:

$$\vec{E} = \frac{\eta}{2\epsilon_0} \left(\frac{x}{|x|} - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \right) \hat{x}$$

Note que se $R \gg x$ (ou plano infinito) :

$$\vec{E} \approx \frac{\eta}{2\epsilon_0} \frac{x}{|x|} \hat{x}$$



Carga pontual em um campo elétrico uniforme

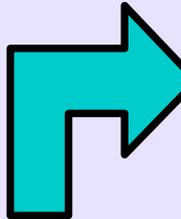
Força elétrica

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

2ª lei de Newton

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

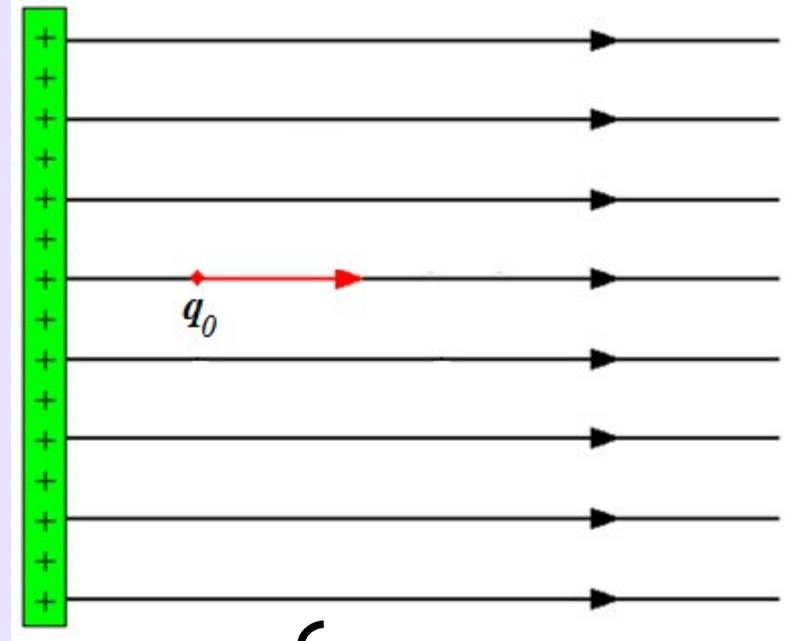
$$q \vec{E} = m \vec{a}$$


$$\vec{a} = \frac{q \vec{E}}{m}$$

só é válida para $v \ll c$

$\vec{E} \rightarrow$ uniforme

direção, módulo e sentido constantes

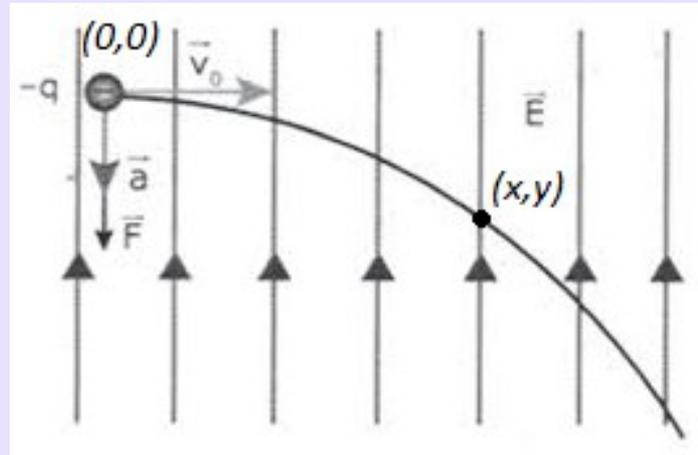


$+q \rightarrow \vec{a} \rightarrow$ no sentido do campo

$-q \rightarrow \vec{a} \rightarrow$ no sentido oposto ao campo



Carga pontual em um campo elétrico uniforme



$\vec{E} \rightarrow \text{uniforme}$

$$q = -e$$

$$\vec{v}_i = v_0 \hat{x}$$

$\vec{E} \rightarrow$ direção do y positivo

↪ elétron projetado horizontalmente

➔ $\vec{a} = -\frac{eE}{m} \hat{y}$

$$e, \vec{E}, m = C^{te} \Rightarrow \vec{a} = C^{te}$$



Carga pontual em um campo elétrico uniforme

Velocidade do elétron

$$\hat{x} \rightarrow a_x = 0; v_x = v_0 = C^{te}$$



a velocidade na direção x não varia com o tempo

$$\hat{y} \rightarrow a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{eE_y}{m} \Rightarrow dv_y = -\frac{eE_y}{m} dt$$

$$\int_{v_0=0}^{v_y} dv_y = \int_{t_0=0}^t -\frac{eE_y}{m} dt = -\frac{eE_y}{m} \int_{t_0=0}^t dt$$

$$\Rightarrow v_y = -\frac{eE_y}{m} t, \text{ onde } \frac{eE_y}{m} = C^{te}$$



a velocidade na direção y está variando com o tempo



Carga pontual em um campo elétrico uniforme

Posição do elétron

$$\hat{x} \rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 = C \frac{te}{m}$$

$$\int_{x_0=0}^x dx = v_0 \int_{t_0=0}^t dt$$

$$\Rightarrow x = v_0 t$$



equação de uma reta

$$\hat{y} \rightarrow v_y = \frac{dy}{dt} = -\frac{eE_y}{m} t$$

$$\int_{y_0=0}^y dy = -\frac{eE_y}{m} \int_{t_0=0}^t t dt$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2} \frac{eE_y}{m} t^2$$

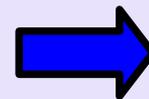


equação de uma
parábola

Trajetória do elétron

$$x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \frac{eE_y}{m} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$$

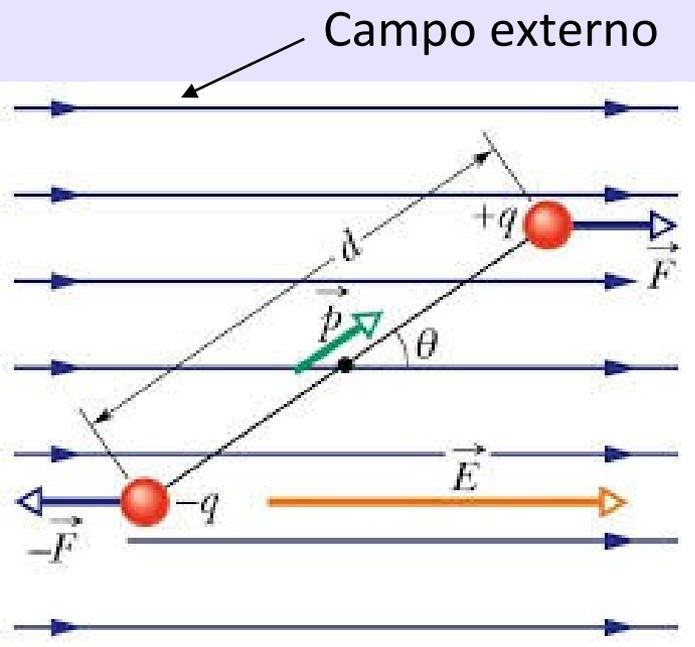
$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2} \frac{eE_y}{m v_0^2} x^2$$



A trajetória é uma parábola



Comportamento de um dipolo em um campo elétrico uniforme



$E \rightarrow$ campo externo uniforme

 mesmo módulo, direção e sentido

\Rightarrow As forças sobre as cargas $+q$ e $-q$ têm intensidades iguais $\rightarrow F = qE$

\Rightarrow têm sentidos opostos $\rightarrow F$ e $-F$

\Rightarrow A força resultante sobre o dipolo é nula!

Porém:

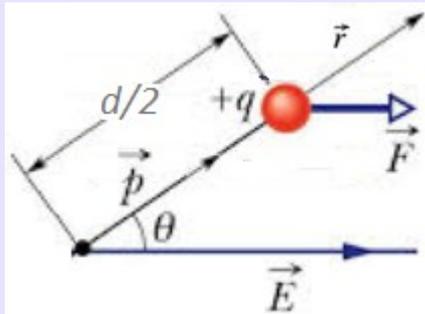
“Existe um momento resultante em torno do centro de massa”

\Rightarrow esse momento tende a girar o dipolo de modo a alinhar p com E



Torque sobre o dipolo

Sabemos que $\Rightarrow \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

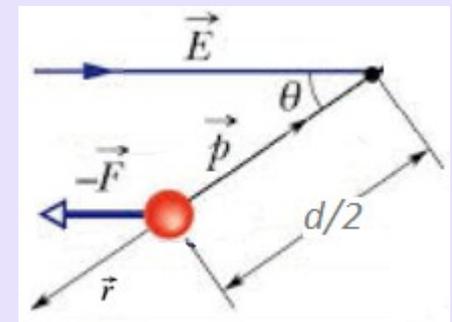


$$\vec{\tau}^+ = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau^+ = rF \text{sen}\theta$$

$$\vec{\tau}^+ = \frac{d}{2}F \text{sen}\theta$$

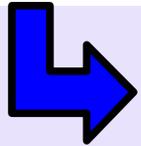
$$\vec{\tau}^- = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau^- = (-r)(-F) \text{sen}\theta$$

$$\vec{\tau}^- = \frac{d}{2}F \text{sen}\theta$$

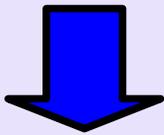


Carga pontual em um campo elétrico uniforme

$$\Rightarrow \vec{\tau} = \frac{d}{2}F \text{sen}\theta + \frac{d}{2}F \text{sen}\theta$$



Direção perpendicular ao plano da página e sentido entrando na página



$$\tau = dF \text{sen}\theta$$

$$F = qE \Rightarrow \tau = (qE)d \text{sen}\theta$$

$$\tau = (qd)E \text{sen}\theta$$

$$\tau = pE \text{sen}\theta$$



forma vetorial $\Rightarrow \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

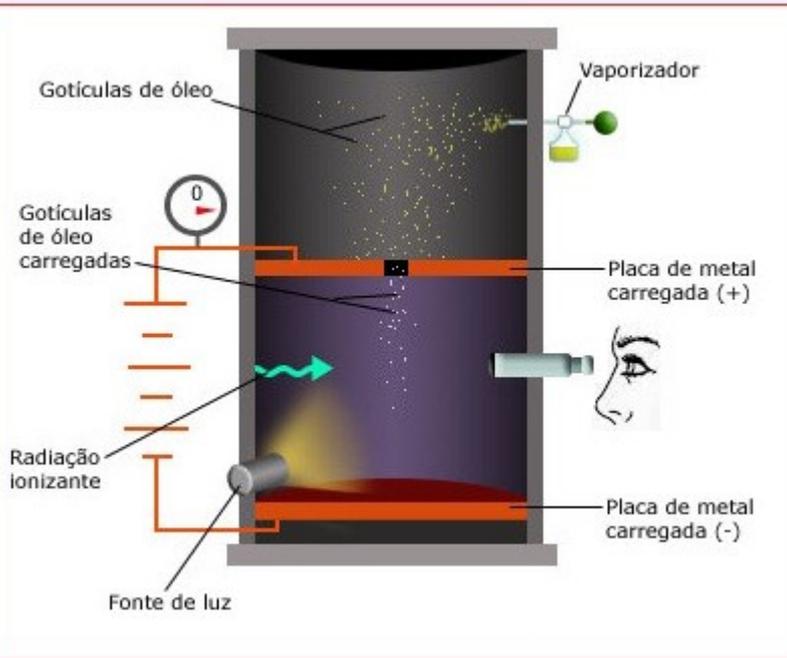
“o dipolo se alinha com o campo para alcançar a configuração de energia mínima”



$\vec{p} // \vec{E} \rightarrow$ energia mínima



Experiência de Millikan



$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow qE = mg \Rightarrow q = \frac{mg}{E}$$

$$m = \text{volume} \times \text{densidade} = \frac{4\pi r^3}{3} \times \rho_{\text{óleo}}$$

$$\text{campo} \rightarrow E = \frac{V}{d}$$

$$\Rightarrow q = \frac{4\pi}{3} \frac{\rho_{\text{óleo}} r^3 g d}{V}$$

- $\rho_{\text{óleo}}, g, d, V \rightarrow$ podem ser medidos facilmente

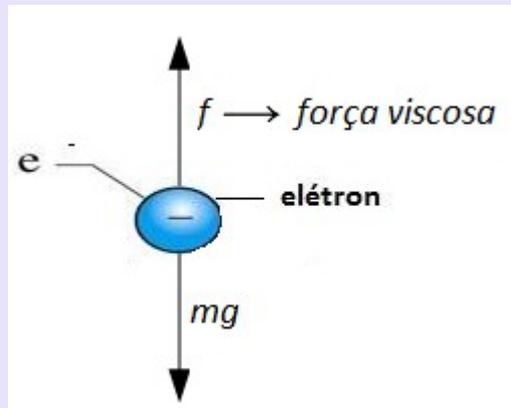
$r \approx 10^{-5} \text{ cm} \rightarrow$ muito pequeno para ser medido diretamente

- r pode ser medido através da velocidade terminal v_T



Experiência de Millikan

→ desligando o campo podemos medir v_T



$$f = 6\pi\eta r v$$

viscosidade do fluido (ar)
força viscosa
raio da gota

equilíbrio $\rightarrow mg = f \Rightarrow$ a gota cai com velocidade constante v_T

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\text{óleo}} g = 6\pi\eta r v_T$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{\eta v_T}{2\rho_{\text{óleo}} g}}$$

$$\Rightarrow q = 18\pi \frac{d}{V} \sqrt{\frac{\eta^3 v_T^3}{2\rho_{\text{óleo}} g}}$$

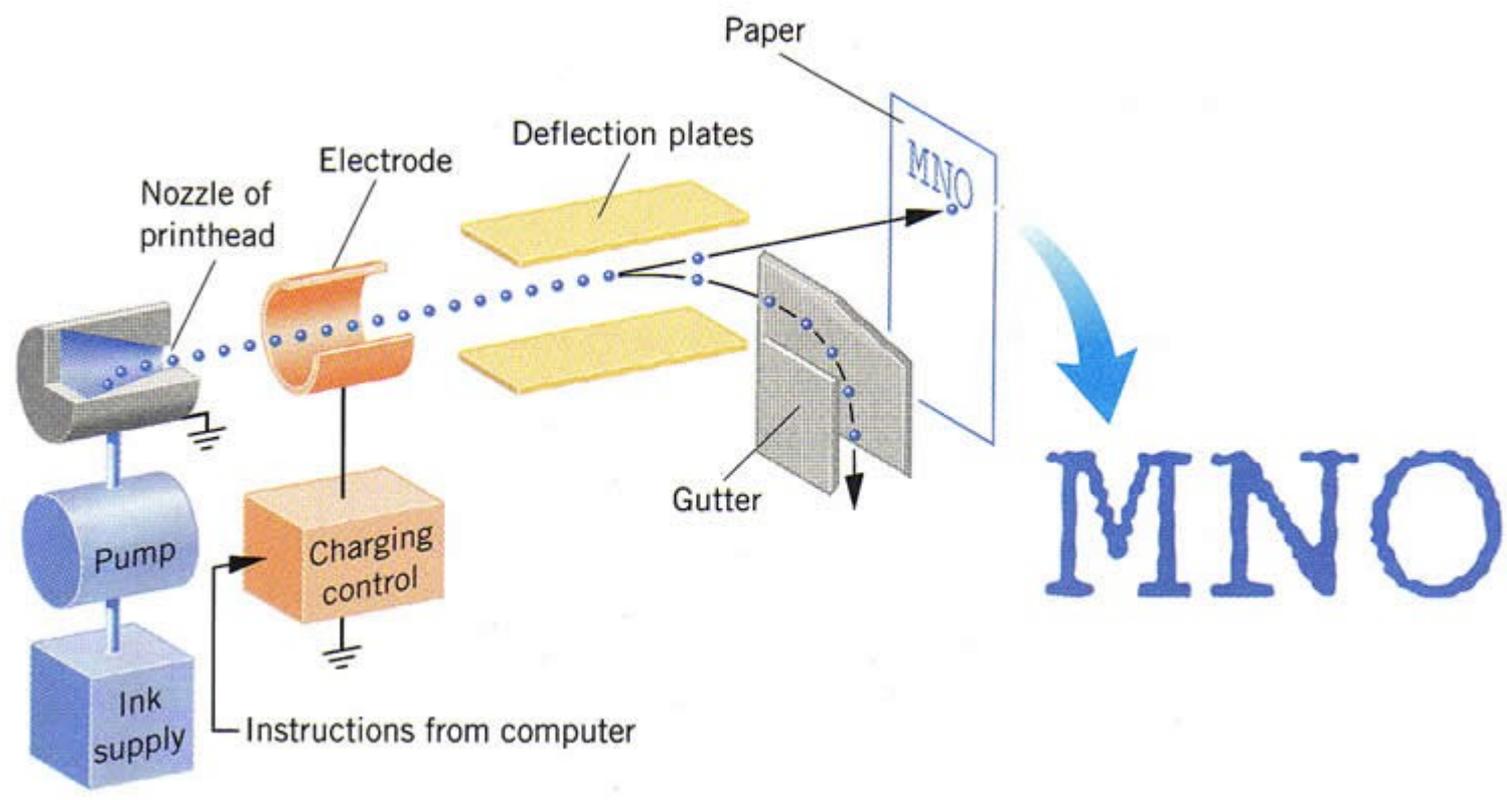
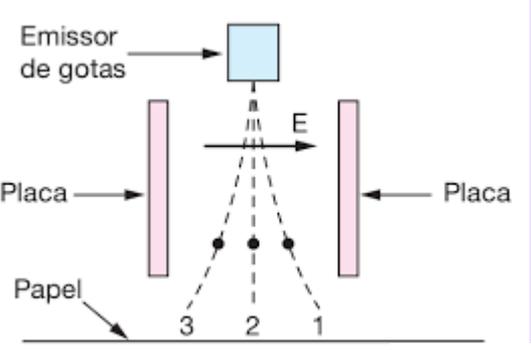
Resultados de Millikan:

(I) $e = 1,602 \times 10^{-19} C \rightarrow$ carga do elétron

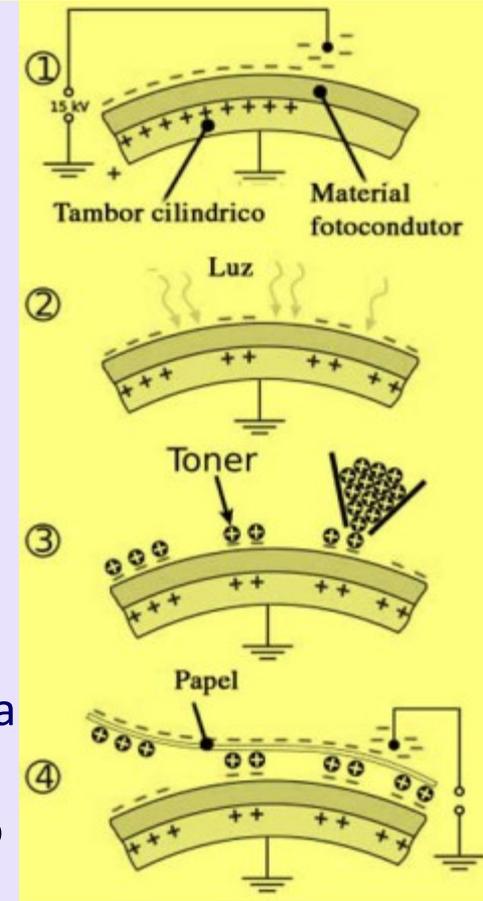
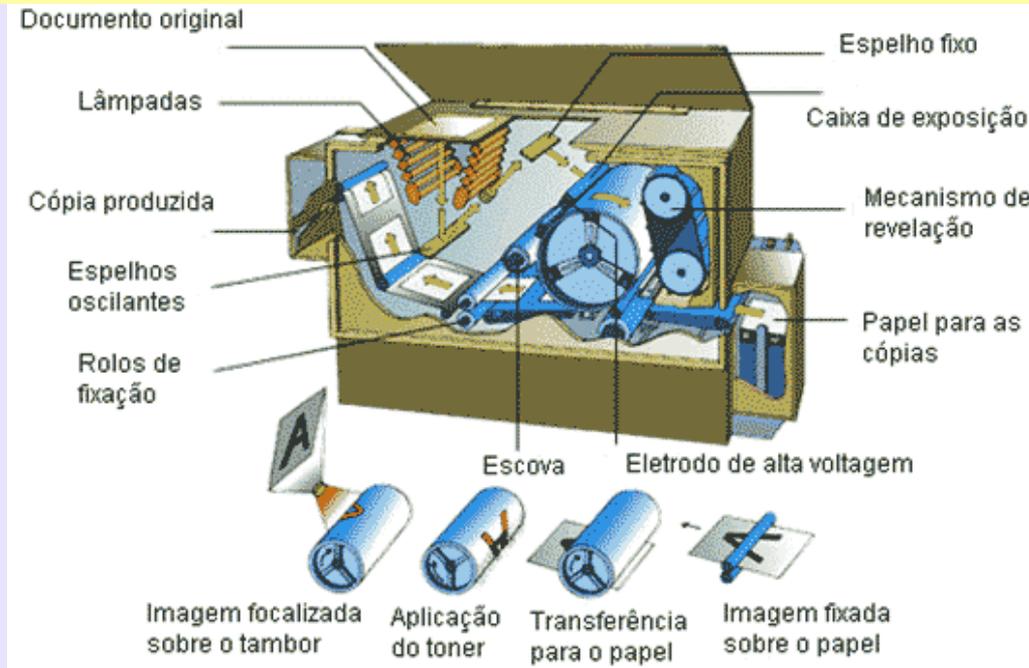
(II) $q = ne$ $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \rightarrow$ a carga é quantizada



Impressora a jato de tinta



Maquina copiadora Xerox



1. Carga: Material fotocondutor, é um semi-condutor que fica condutor quando exposto à luz.

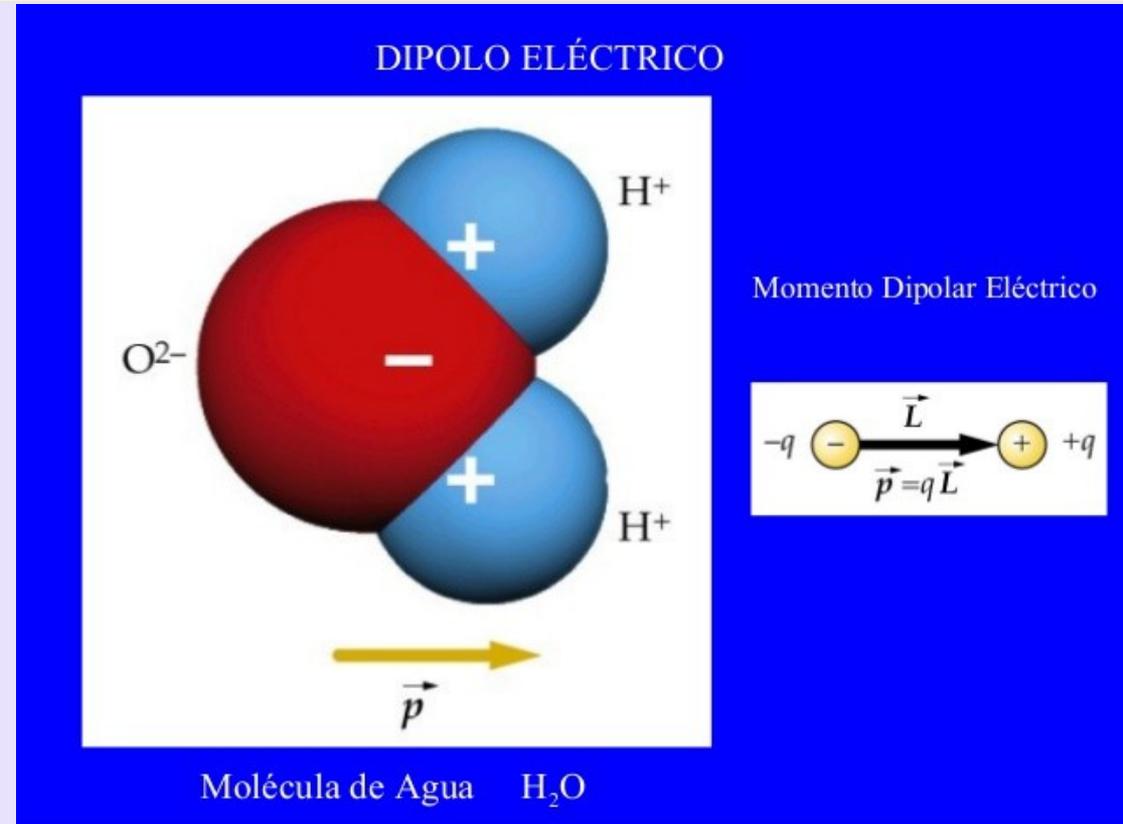
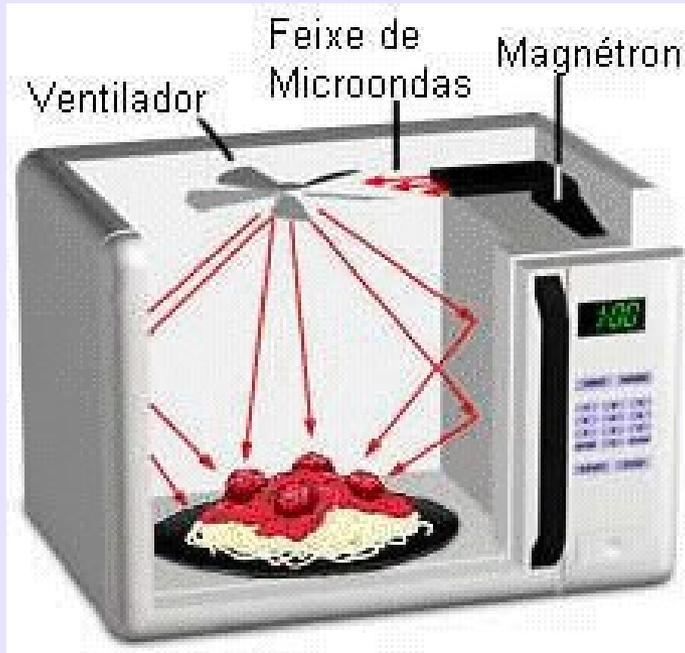
2. Exposição à luz: partes expostas à luz perdem a carga, e as não expostas permanecem com a carga.

3. Revelação da imagem: o toner positivo é atraído para as partes com carga do tambor.

4. Transferência de imagem: O toner é transferido para o papel com a carga negativa do tambor.



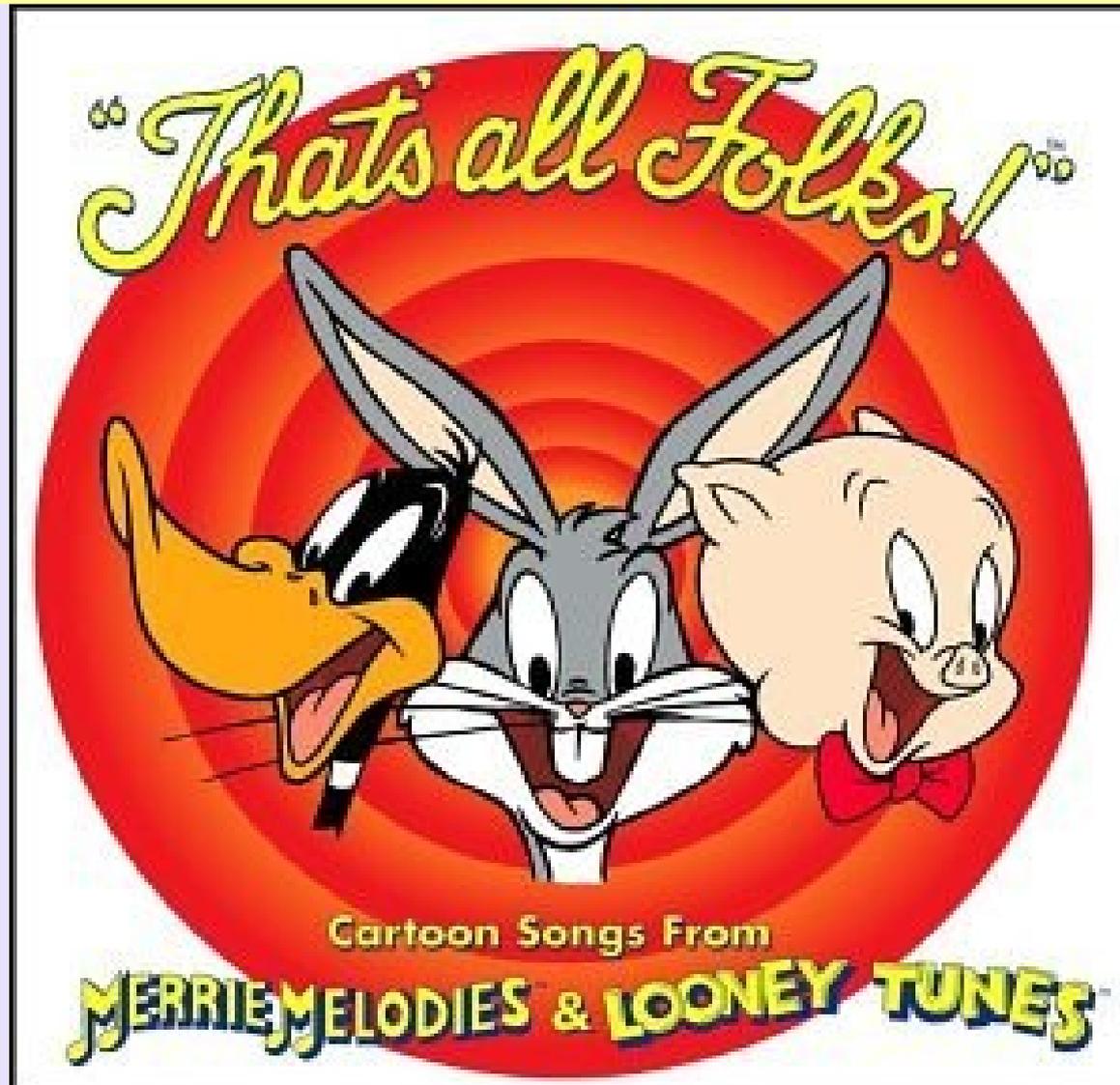
Forno de microondas



Se a molécula de água não fosse polar, o forno de microondas não funcionaria para aquecer alimentos que contêm essa substância...



FIM



INSTITUTO DE FÍSICA

Universidade Federal Fluminense